Mehr Listen und noch ein bisschen Arithmetik

- append und was man damit machen kann
- Arithmetik in Prolog
- Restrekursive Prädikate

Listen konkatenieren

```
?- append([1,2,3],[a,b,c],X).
X = [1,2,3,a,b,c]
yes

?- append([a,[foo,gibble],c],[1,[[],b]],X).
X = [a, [foo, gibble], c, 1, [[], b]]
yes

?- append([],[x,y],X).
X = [x,y]

yes
```

Definition von append/3 (1)

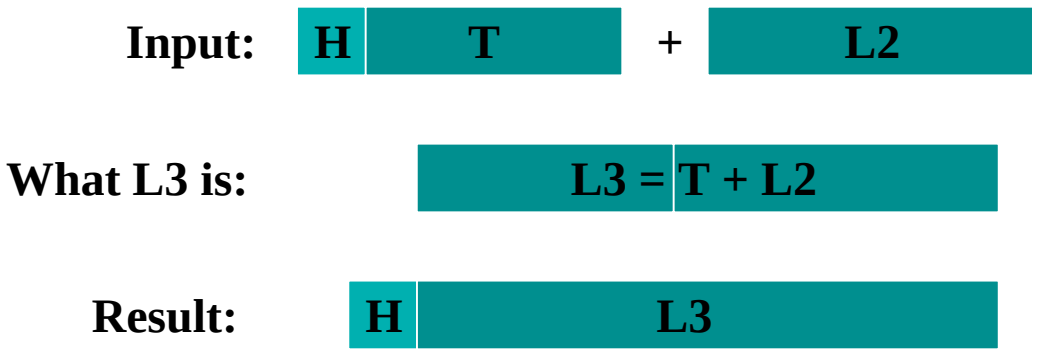
```
append([],L,L).

append([H|T],L2,[H|L3]) :-
                    append(T,L2,L3).
```

Definition von append/3 (1)

```
append([],L,L).

append([H|T],L2,[H|L3]) :-
                    append(T,L2,L3).
```



Definition von append/3 (2)

2 Versionen:

```
append([],L,L).

append([H|T],L2,[H|L3]) :-
                    append(T,L2,L3).
```

```
append([],L,L).

append([H|T],L2,Result) :-
                    append(T,L2,L3),
                    Result=[H|L3].
```

Verwendung von append

- zum Konkatenieren von Listen (append(+,+,-))

  ```
  append([a,b,c],[x,y,z],L)
  ```

- zum Testen, ob eine Liste die Konkatenation von zwei anderen Listen ist (append(+,+,+))

  ```
  append([[a,b,c],[x,y,z],[a,b,c,x,y,z])
  ```

- zum Zerlegen von Listen (append(-,-,+), append(-,+,+) append(+,-,+))

  ```
  append(X,Y,[a,b,c])
  append(X,[b,c,d],[a,b,c,d])
  append([a,b],X,[a,b,c,d])
  ```

Suffixe und Präfixe

Präfixe der Liste `[a,b,c,d]`:

`[], [a], [a,b], [a,b,c], [a,b,c,d]`

Suffixe der Liste `[a,b,c,d]`:

`[], [d], [c,d], [b,c,d], [a,b,c,d]`

Suffixe und Präfixe

Präfixe der Liste `[a,b,c,d]`:

```
[], [a], [a,b], [a,b,c], [a,b,c,d]
```

```
prefix(P,L) :- append(P,_,L).
```

Suffixe der Liste `[a,b,c,d]`:

```
[], [d], [c,d], [b,c,d], [a,b,c,d]
```

Suffixe und Präfixe

Präfixe der Liste `[a,b,c,d]`:

```
[], [a], [a,b], [a,b,c], [a,b,c,d]
```

```
prefix(P,L) :- append(P,_,L).
```

Suffixe der Liste `[a,b,c,d]`:

```
[], [d], [c,d], [b,c,d], [a,b,c,d]
```

```
suffix(S,L) :- append(_,S,L).
```

Sublisten

Sublisten der Liste `[a,b,c]`:

`[], [a], [a,b], [a,b,c], [b], [b,c], [c]`

Sublisten

Sublisten der Liste `[a,b,c]`:

`[], [a], [a,b], [a,b,c], [b], [b,c], [c]`

Sublisten

Sublisten der Liste `[a,b,c]`:

```
[], [a], [a,b], [a,b,c], [b], [b,c], [c]
```


```
sublist(SubL,L) :- suffix(S,L), prefix(SubL,S).
```

Listen umdrehen (naive Version)

```
?- reverse1([a,b,c],RevL).
RevL = [c,b,a]
yes
?- reverse1([],RevL).
RevL = []
```

Listen umdrehen (naive Version)

```
?- reverse1([a,b,c],RevL).
RevL = [c,b,a]
yes
?- reverse1([],RevL).
RevL = []


reverse1([],[]).

reverse1([H|T],R) :-
    reverse1(T,RevT),
    append(RevT,[H],R).
```

Warnung

Mit `append` kann man eine Menge machen, aber:

- Bei jedem Aufruf von `append` muss die Liste im ersten Argument komplett abgearbeitet werden.
- Dadurch können Programme, die viele Aufrufe von `append` enthalten, schnell ineffizient werden.
- Insbesondere ist es gefährlich, `append` in einem rekursiven Prädikat aufzurufen, wie z.B. in `reverse1`.

Arithmetik in Prolog

Arithmetik	Prolog
$8 + 2 = x$	`X is 8 + 2`
$6 - 3 = x$	`X is 6 - 2`
$6 * 2 = x$	`X is 6 * 2`
$6/3 = x$	`X is 6 / 3`

Ein paar Beispiele

```
?- X is 8 + 2.
X = 10

?- 12 is 6 * 2.
yes

?- 5 is 6 - 2.
no

?- X is 7 / 2.
X = 3.5

?- X is 2 * 3 + 1.
X = 7

?- X is 2 * (3 + 1).
X = 8
```

Prolog kennt die üblichen Konventionen zum Desambiguieren von arithmetischen Ausdrücken (Punkt- vor Strichrechnung).

Arithmetische Operationen in Prädikaten

```
add_3_and_double(X,Result) :- Result is (X + 3) * 2.
```

Arithmetische Ausdrücke sind Terme

- Achtung! In Prolog gibt es keine Funktionen. D.h. `+`, z.B., ist keine Funktion.
- `2 + 4` ist einfach ein komplexer Term (interne Darstellung: `+(2,4)`).
- Wir brauchen das eingebaute Prädikat `is`, um diesen Term als arithmetischen Ausdruck zu interpretieren und den Wert zu berechnen.

‘=’ vs. ‘is’

```
?- X = 2 * 5.
```

```
?- X is *(2,5).
```

‘=’ vs. ‘is’

```
?- X = 2 * 5.
X = 2 * 5

?- X is *(2,5).
```

‘=’ vs. ‘is’

```
?- X = 2 * 5.
X = 2 * 5

?- X is *(2,5).
X = 10
```

‘=’ vs. ‘is’

```
?- X = 2 * 5.
X = 2 * 5

?- X is *(2,5).
X = 10
```

= matcht zwei beliebige Prolog-Terme.

`is` sagt Prolog, dass der Ausdruck, der rechts steht, ein arithmetischer Ausdruck ist und Prolog ihn auswerten soll. Das Ergebnis wird mit dem Term links von `is` gematcht.

Einschränkungen

- Nur der Ausdruck rechts von `is` wird ausgewertet.

```
?- 8 is 6 + 2.
yes
?- 6 + 2 is 8.
no
?- 6 + 2 is 6 + 2.
no
```

- Alle Variablen rechts von `is` müssen zum Zeitpunkt der Auswertung instantiiert sein.

```
?- 8 is 6 + X.
ERROR: Arguments are not sufficiently
instantiated
```

Vergleichende Operatore

Arithmetik	Prolog
$x < y$	`X < Y`
$x > y$	`X > Y`
$x \leq y$	`X =< Y`
$x \geq y$	`X >= Y`
$x = y$	`X =:= Y`
$x \neq y$	`X =\= Y`

Beispiele

```
?- 4 < 7.
```

```
?- 4 =:= 2 + 2.
```

```
?- X = 4, X < 7.
```

```
?- X =:= 3 + 4.
```

```
?- 7 >= 7.
```

```
?- 3 + 1 =\= 5.
```

```
?- X is 3 + 4, X >= 7.
```

Beispiele

```
?- 4 < 7.
yes
?- 4 =:= 2 + 2.

?- X = 4, X < 7.


?- X =:= 3 + 4.
```

```
?- 7 >= 7.

?- 3 + 1 =\= 5.

?- X is 3 + 4, X >= 7.
```

Beispiele

```
?- 4 < 7.
yes
?- 4 =:= 2 + 2.
```

```
?- 7 >= 7.
yes
?- 3 + 1 =\= 5.
```

```
?- X = 4, X < 7.
```

```
?- X is 3 + 4, X >= 7.
```

```
?- X =:= 3 + 4.
```

Beispiele

```
?- 4 < 7.
yes
?- 4 =:= 2 + 2.
yes
?- X = 4, X < 7.
```

```
?- 7 >= 7.
yes
?- 3 + 1 =\= 5.
```

```
?- X is 3 + 4, X >= 7.
```

```
?- X =:= 3 + 4.
```

Beispiele

```
?- 4 < 7.
yes
?- 4 =:= 2 + 2.
yes
?- X = 4, X < 7.
```

```
?- 7 >= 7.
yes
?- 3 + 1 =\= 5.
yes
?- X is 3 + 4, X >= 7.
```

```
?- X =:= 3 + 4.
```

Beispiele

```
?- 4 < 7.
yes
?- 4 =:= 2 + 2.
yes
?- X = 4, X < 7.
X = 4
yes

?- X =:= 3 + 4.
```

```
?- 7 >= 7.
yes
?- 3 + 1 =\= 5.
yes
?- X is 3 + 4, X >= 7.
```

Beispiele

```
?- 4 < 7.
yes
?- 4 =:= 2 + 2.
yes
?- X = 4, X < 7.
X = 4
yes

?- X =:= 3 + 4.
```

```
?- 7 >= 7.
yes
?- 3 + 1 =\= 5.
yes
?- X is 3 + 4, X >= 7.
X = 7
yes
```

Beispiele

```
?- 4 < 7.
yes
?- 4 =:= 2 + 2.
yes
?- X = 4, X < 7.
X = 4
yes
```

```
?- 7 >= 7.
yes
?- 3 + 1 =\= 5.
yes
?- X is 3 + 4, X >= 7.
X = 7
yes
```

```
?- X =:= 3 + 4.
ERROR: Arguments are not sufficiently instantiated
```

= vs. is vs. =:=

`=/2`	Nimmt zwei beliebige Terme als Argumente. Testet, ob sie matchen und macht ggf. die nötigen Variableninstanziierungen.
`is/2`	1. Argument: Variable oder Zahl; 2. Argument: ein arithmetische Ausdruck ohne uninstanziierte Variablen. Berechnet den Wert des arithmetischen Ausdrucks und matcht ihn mit dem 1. Argument.
`=:=/2`	Beide Argumente sind Zahlen oder arithmetische Ausdrücke ohne uninstanziierte Variablen. Prolog berechnet den Wert der arithmetischen Ausdrücke und testet, ob sie gleich sind.

max/2 (1)

```
?- max([2,5,4],X).
X = 5
yes
?- max([],X).
X = 0
yes
```

Basisfall:

Rekursion:

max/2 (1)

```
?- max([2,5,4],X).
X = 5
yes
?- max([],X).
X = 0
yes
```

Basisfall: Wenn die Liste leer ist, dann gib 0 zurück.

Rekursion:

max/2 (1)

```
?- max([2,5,4],X).
X = 5
yes
?- max([],X).
X = 0
yes
```

Basisfall: Wenn die Liste leer ist, dann gib 0 zurück.

Rekursion: Wenn die Liste nicht leer ist, dann berechne das Maximum des Tails MT. Wenn der Kopf größer als MT ist, dann gib den Kopf zurück. Wenn der Kopf kleiner/gleich MT ist, dann gib MT zurück.

max/2 (1)

```
max([],0).
max([H|T],H) :-
    max(T,MaxT),
    H > MaxT.
max([H|T],MaxT) :-
    max(T,MaxT),
    H =< MaxT.
```

Basisfall: Wenn die Liste leer ist, dann gib 0 zurück.

Rekursion: Wenn die Liste nicht leer ist, dann berechne das Maximum des Tails MT. Wenn der Kopf größer als MT ist, dann gib den Kopf zurück. Wenn der Kopf kleiner/gleich MT ist, dann gib MT zurück.

accMax/3

```
accMax([],A,A).

accMax([H|T],A,Max) :-
    H > A,
    accMax(T,H,Max).

accMax([H|T],A,Max) :-
    H =< A,
    accMax(T,A,Max).
```

```
max([],0).

max([H|T],H) :-
    max(T,MaxT),
    H > MaxT.

max([H|T],MaxT) :-
    max(T,MaxT),
    H =< MaxT.
```

- Das zweite Argument ist ein Akkumulator, in dem Zwischenergebnisse gespeichert werden.
- Am Anfang initialisieren wir diesen Akkumulator mit 0.

```
?- accMax([1,2,3],0,Result)
```

Akkumulatoren und Rest-Rekursion

- Akkumulatoren speichern Zwischenergebnisse.
- Wenn wir bei der Basisklausel angekommen sind, enthält der Akkumulator das Endergebnis.
- Ein Prädikat ist restrekursiv (oder tail recursive), wenn nach dem Erreichen der Basisklausel keine neuen Prädikatsaufrufe mehr folgen.
- Gute Prologimplementationen können restrekursive Prädikate effizienter verarbeiten als andere rekursive Prädikate.

Aufgaben

1. Hier ist eine Definition des Prädikats `length/2`, das die Länge einer Liste berechnet.

```
length([],0).
length([_|T],Length) :-
                  length(T, TLength),
                  Length is TLength + 1.
```

   Schreibt eine restrekursive Variante `length/3`.

2. Schreibt eine restrekursive Variante des Prädikats `reverse1` zum Umdrehen von Listen.

len/2 und accLen/3

```
len([],0).

len([_|T],N) :-
    len(T,X),
    N is X+1.
```

len/2 und accLen/3

```
len([],0).

len([_|T],N) :-
    len(T,X),
    N is X+1.
```

```
accLen([],A,A).

accLen([_|T],A,L) :-
    Anew is A+1,
    accLen(T,Anew,L).
```

Listen umdrehen (effizienter)

```
accRev([],A,A).

accRev([H|T],A,R) :- accRev(T,[H|A],R).
```

Zusammenfassung

Heute haben wir gesehen,

- wie man in Prolog (mit richtigen Zahlen) rechnen kann,
- das man mit append eine Menge machen kann, aber vorsichtig sein muss, weil es schnell ineffizient wird, und
- was rest-rekursive Prädikate sind.

Nächste Woche: Hands-on Übungssitzung im CIP-Raum

Übungsaufgaben: Das Übungsblatt ist auf der Web-Seite.