Theoretische Grundlagen zu Default Logic

Eric Hildebrand

Logik in der Praxis: Logikprogrammierung und unscharfes Schließen

WS 08/09

Universität Heidelberg
Seminar für Computerlinguistik
Institut für allgemeine und angewandte Sprach- und Kulturwissenschaft

Inhaltsverzeichnis

- Einführung
- Syntax
- Semantik
- Variation
- Beispiele
- Quellennachweis
- Abschluss

Einführung

- Motivation - Ein typisches Problem…
  - Lösungsversuch #1: Restriktionen
  - Lösungsversuch #2: Exceptions
  - Lösungsversuch #3: Default Logic
- Entstehung
- Einordnung

Motivation - Ein typisches Problem... (1)

- „Vögel können fliegen"

Motivation - Ein typisches Problem… (1)

- „Vögel können fliegen"
  - klassische Prädikatenlogik:

$$\text{Vogel}(x) \Rightarrow \text{kann\_fliegen}(x)$$

Ein typisches Problem… (2)

- Tweety

Vogel(x) ⇨ kann_fliegen(x)

Vogel(Tweety)

Ein typisches Problem… (2)

- Tweety

Vogel(x) ⇨ kann_fliegen(x)

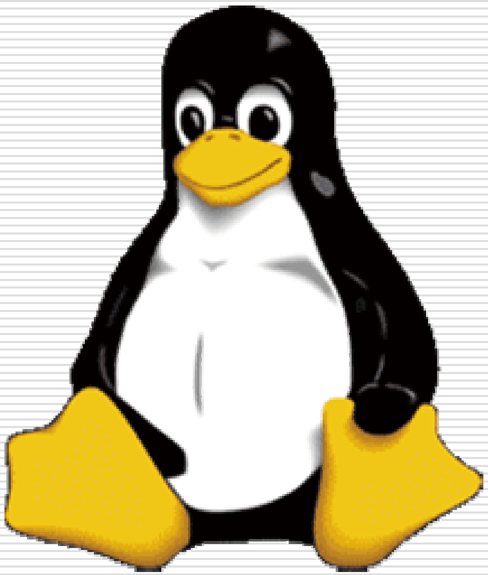
Vogel(Tweety)

---

kann_fliegen(Tweety) ✓

Ein typisches Problem… (3)

- Tux



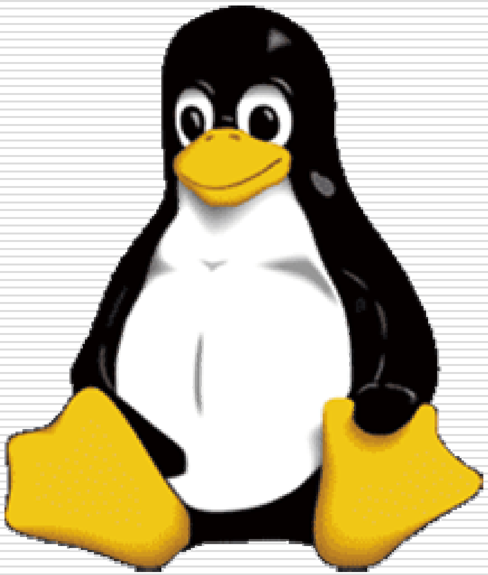
Vogel(x) ⇨ kann_fliegen(x)

Pinguin(x) ⇨ Vogel(x)

Pinguin(Tux)

Ein typisches Problem… (3)

- Tux



Vogel(x) ⇨ kann_fliegen(x)

Pinguin(x) ⇨ Vogel(x)

Pinguin(Tux)

---

kann_fliegen(Tux) ↯

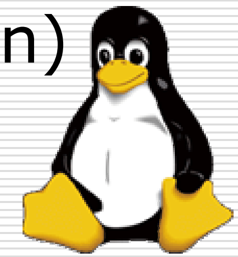
Ein typisches Problem… (4)

- Wo liegt das Problem?

Ein typisches Problem… (4)

- Wo liegt das Problem?
  - ungenaue Formulierung der Ausgangsthese
    - ⇨ „**Typischerweise** können Vögel fliegen“

      (d.h. es gibt Ausnahmen)



Lösungsversuch #1: Restriktionen

Vogel(x) ⇨ kann_fliegen(x)

Pinguin(x) ⇨ Vogel(x)

Pinguin(x) ⇨ ¬kann_fliegen(x)

Pinguin(Tux)

Lösungsversuch #1: Restriktionen

Vogel(x) ⇨ kann_fliegen(x)

Pinguin(x) ⇨ Vogel(x)

Pinguin(x) ⇨ ¬kann_fliegen(x)

Pinguin(Tux)

---

kann_fliegen(Tux)

¬kann_fliegen(Tux) ϟ *INKONSISTENT!*

Lösungsversuch #2: Exceptions

Vogel(x) ^ ¬Pinguin(x) ⇨ kann_fliegen(x)

Pinguin(x) ⇨ Vogel(x)

Pinguin(Tux) ✓

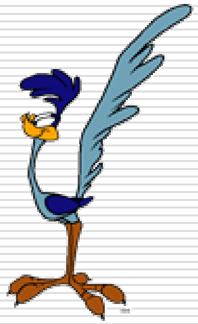
Lösungsversuch #2: Exceptions

Vogel(x) ^ ¬Pinguin(x) ⇨ kann_fliegen(x)

Pinguin(x) ⇨ Vogel(x)

Pinguin(Tux) ✓

- angenommen, wir hätten nun noch



Strauß(x) ⇨ Vogel(x)

Strauß(Road_Runner)

Lösungsversuch #2: Exceptions

Vogel(x) ^ ¬Pinguin(x) ⇨ kann_fliegen(x)

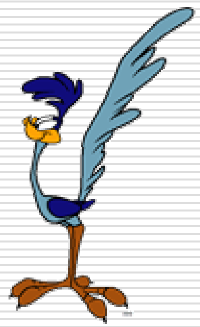
Pinguin(x) ⇨ Vogel(x)

Pinguin(Tux) ✓

- angenommen, wir hätten nun noch

Strauß(x) ⇨ Vogel(x)

Strauß(Road_Runner)



- ⇨ für jede Ausnahme neue Regeländerung) nötig ↯

Vogel(x) ^ ¬Pinguin(x) ^ ¬Strauß(x) ^ … ^ ⇨ kann_fliegen(x)

Lösungsversuch #3: Default Logic

$$\mathbf{D} = \left\{ \frac{\mathbf{Vogel(x) : M\ kann\_fliegen(x)}}{\mathbf{kann\_fliegen(x)}} \right\}$$

W = { Pinguin(x) ⇨ Vogel(x),

Pinguin(x) ⇨ ¬kann_fliegen(x),

Pinguin(Tux), Vogel(Tweety) }

Lösungsversuch #3: Default Logic

$$\mathbf{D} = \left\{ \frac{\textbf{Vogel(x) : M kann\_fliegen(x)}}{\textbf{kann\_fliegen(x)}} \right\}$$

W = { Pinguin(x) ⇨ Vogel(x),

Pinguin(x) ⇨ ¬kann_fliegen(x),

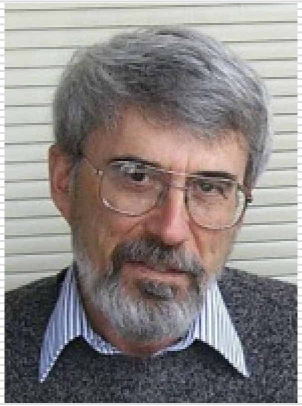
Pinguin(Tux), Vogel(Tweety) }

E = W ∪ {Vogel(Tux), ¬kann_fliegen(Tux),

kann_fliegen(Tweety)} ✓

Entstehung

- Raymond Reiter (1939-2002) [Reiter 1980]



- Vergleich verschiedener nicht-monotoner Logiken
  - einheitliches Grundschema [Reiter 1978]
  - default assignments, closed world assumption, frame default, exceptions, negation as failure
- heute weit verbreitet, zahlreiche Weiterentwicklungen [Lifschitz 1999]

Einordnung

- Logiken
  - monoton
    - Aussagenlogik
    - Prädikatenlogik
    - …
  - nicht-monoton
    - Schlüsse mit Default-Annahmen
      - **Default Logic**
      - **…**
    - abduktives Schließen
    - …

Inhaltsverzeichnis

- Einführung
- Syntax
- Semantik
- Variation
- Beispiele
- Quellennachweis
- Abschluss

Syntax

- Default-Regel
  - Voraussetzung (*prerequisite*)
  - Begründung (*justification*)
  - Folgerung (*consequent*)
- Default-Theorie

Default-Regel

$$\frac{a(x) : M\ \beta_1(x), \ldots, M\ \beta_m(x)}{w(x)}$$

Voraussetzung (prerequisite)

$$\frac{\alpha(\mathrm{x}) : \mathrm{M}\ \beta_1(\mathrm{x}), \ldots, \mathrm{M}\ \beta_m(\mathrm{x})}{w(\mathrm{x})}$$

- $\alpha(\mathrm{x})$ heißt *Voraussetzung*
- $\alpha(x)$ i.A. Ausdruck in Prädikatenlogik
  - kann leer sein

Begründung (justification)

$$\frac{\alpha(x) : M\ \beta_1(x), \ldots, M\ \beta_m(x)}{w(x)}$$

- M β_1(x), …, M β_2(x) heißt *Begründung*
- M ist Metasymbol für Konsistenz mit Wissensbasis (⬀ Semantik)
- β_i(x) i.A. Ausdrücke in Prädikatenlogik

Folgerung (consequent)

$$\frac{\alpha(\mathrm{x}) : \mathrm{M}\ \beta_1(\mathrm{x}), \ldots, \mathrm{M}\ \beta_m(\mathrm{x})}{w(\mathrm{x})}$$

- w(x) heißt *Folgerung*
- w(x) i.A. Ausdruck in Prädikatenlogik

Default-Theorie

$$\Delta = (D,W)$$

- Δ heißt *Default-Theorie*
- D ist Menge von Default-Regeln
- W ist Menge von Ausdrücken i.A. in Prädikatenlogik (Wissensbasis/Fakten)

Inhaltsverzeichnis

- Einführung
- Syntax
- Semantik
- Variation
- Beispiele
- Quellennachweis
- Abschluss

Semantik

- Semantik von Default-Regeln
  - Konsistenz
- Extensionen von Default-Theorien
  - Grundidee
  - E. als Fixpunkt
  - Konstruktion

Semantik von Default-Regeln

$$\Delta = (D,W)$$

$$\frac{\alpha(\mathrm{x}) : \mathrm{M}\ \beta_1(\mathrm{x}), \ldots, \mathrm{M}\ \beta_m(\mathrm{x})}{w(\mathrm{x})}$$

- $w(\mathrm{x})$ kann gefolgert werden, wenn
  - $W \vdash \alpha(\mathrm{x})$ und
  - **nicht** $W \vdash \neg\beta_1(\mathrm{x}), \ldots, \neg\beta_m(\mathrm{x})$

Konsistenz

- **nicht** $W \vdash \neg\beta_1(x), \ldots, \neg\beta_m(x)$
  - was bedeutet das?

Konsistenz

- **nicht** $W \vdash \neg\beta_1(x), \ldots, \neg\beta_m(x)$
  - was bedeutet das?
- $\beta_1(x), \ldots, \beta_m(x)$ **konsistent** mit Wissensbasis *W*, d.h. *steht nicht im Widerspruch zu den Fakten*

Extensionen: Grundidee

- sei $\Delta = (D,W)$
- Idee: Extension E einer Default-Theorie komplettiert die unvollständige Faktenmenge W

Extensionen: Grundidee

- sei $\Delta = (D,W)$
- Idee: Extension E einer Default-Theorie komplettiert die unvollständige Faktenmenge W
- E sei die *kleinste* Menge, für die gilt:
  - $W \subset E$
  - E ist abgeschlossen unter Deduktion ($Th(E)=E$)
  - sei $\delta \in D$, $\alpha \in E$ und $\beta_1(x), \ldots, \beta_m(x)$ konsistent mit E, dann $w \in E$

Extensionen als Fixpunkt

- sei $\Delta = (D, W)$
- $L =_{def}$ Menge der wohlgeformten Ausdrücke (*wff*) in Prädikatenlogik
- für alle $S \subset L$ sei $\Gamma(S)$ die kleinste Menge, für die gilt:
  - $W \subset \Gamma(S)$
  - $Th_L(\Gamma(S)) = \Gamma(S)$
  - sei $\delta \in D$, $\alpha \in \Gamma(S)$ und $\beta_1(x), \ldots, \beta_m(x)$ konsistent mit $\Gamma(S)$,

    dann $w \in \Gamma(S)$
- eine Menge E *wff*s ist eine Extension für $\Delta \Leftrightarrow E$ ist *Fixpunkt* von Γ

Extensionen: Konstruktion

- sei $\Delta = (D,W)$
- $E_0 = W$
- *für* $i \geq 0$:
  - $E_i{+}1 = Th_L(E_i) \cup \{\, w \mid \dfrac{\alpha(x) : M\,\beta_1(x), \ldots, M\,\beta_m(x)}{w(x)}$
  - *mit* $\alpha \in E_i$ *und* $\neg\beta_1(x), \ldots, \neg\beta_m(x) \notin E \,\}$
- E ist Extension von $\Delta \Leftrightarrow E = \bigcup_{i=0}^{\infty} E_i$

Inhaltsverzeichnis

- Einführung
- Syntax
- Semantik
- Variation
- Beispiele
- Quellennachweis
- Abschluss

Variation

- skeptisch (*sceptical*)
  - ein *wff* w folgt aus einer Default-Theorie Δ, wenn w in allen Extensionen E_i von Δ enthalten ist

Variation

- skeptisch (*sceptical*)
  - ein *wff* w folgt aus einer Default-Theorie Δ, wenn w in allen Extensionen E_i von Δ enthalten ist
- gutgläubig (*credulous*)
  - (manchmal auch mutig (*brave*))
  - ein *wff* w folgt aus einer Default-Theorie Δ, wenn w in mindestens einer Extensionen E_j von Δ enthalten ist

Inhaltsverzeichnis

- Einführung
- Syntax
- Semantik
- Variation
- Beispiele
- Quellennachweis
- Abschluss

Beispiele

- Nixon-Diamant
- Normal Defaults
- Semi-Normal Defaults
- Non-Normal Defaults
- Defaults ohne Extension

Nixon-Diamant

$\Delta = (D,W)$

$$D = \left\{\frac{\text{Republican}(x) : \neg\text{Pacifist}(x)}{\neg\text{Pacifist}(x)}, \frac{\text{Quaker}(x) : \text{Pacifist}(x)}{\text{Pacifist}(x)}\right\}$$

$W = \{\text{Republican(Nixon)}, \text{Quaker(Nixon)}\}$

Nixon-Diamant

$\Delta = (D, W)$

$$D = \left\{ \frac{\text{Republican}(x) : \neg\text{Pacifist}(x)}{\neg\text{Pacifist}(x)}, \frac{\text{Quaker}(x) : \text{Pacifist}(x)}{\text{Pacifist}(x)} \right\}$$

$W = \{\text{Republican(Nixon)}, \text{Quaker(Nixon)}\}$

$E_1 = \{\text{Republican(Nixon)},\text{Quaker(Nixon)},\neg\text{Pacifist(Nixon)}\}$

$E_2 = \{\text{Republican(Nixon)},\text{Quaker(Nixon)},\text{Pacifist(Nixon)}\}$

Normal Defaults

$\Delta = (D, W)$

$$D = \left\{ \frac{:M\ \text{Küken(Tux)}}{\text{Küken(Tux)}}, \frac{:M\ \text{Pinguin(Tux)}}{\text{Pinguin(Tux)}}, \frac{:M\ \text{kann\_fliegen(Tux)}}{\text{kann\_fliegen(Tux)}} \right\}$$

W = {kann_fliegen(Tux) ^ ¬Küken(Tux) ^ ¬Pinguin(Tux)}

Normal Defaults

$\Delta = (D,W)$

$$D = \left\{ \frac{:M\ \text{Küken}(\text{Tux})}{\text{Küken}(\text{Tux})}, \frac{:M\ \text{Pinguin}(\text{Tux})}{\text{Pinguin}(\text{Tux})}, \frac{:M\ \text{kann\_fliegen}(\text{Tux})}{\text{kann\_fliegen}(\text{Tux})} \right\}$$

$W = \{\text{kann\_fliegen}(\text{Tux}) \Rightarrow \neg\text{Küken}(\text{Tux}) \wedge \neg\text{Pinguin}(\text{Tux})\}$

$E_1 = Th(W \cup \{\text{Küken}(\text{Tux}), \text{Pinguin}(\text{Tux})\})$

$E_2 = Th(W \cup \{\text{kann\_fliegen}(\text{Tux})\})$

Semi-Normal Defaults (1)

$\Delta = (D,W)$

$$D = \left\{\frac{\text{Vogel(x) : kann\_fliegen(x) ^ ¬Pinguin(x)}}{\text{kann\_fliegen(x)}}\right\}$$

W = {Vogel(Tux), Vogel(Tweety),

Pinguin(Tux) v Pinguin(Tweety)}

Semi-Normal Defaults (1)

$\Delta = (D, W)$

$$D = \left\{ \frac{\text{Vogel(x) : kann\_fliegen(x)} \wedge \neg \text{Pinguin(x)}}{\text{kann\_fliegen(x)}} \right\}$$

W = {Vogel(Tux), Vogel(Tweety),

Pinguin(Tux) v Pinguin(Tweety)}

E = {Vogel(Tux), Vogel(Tweety),

Pinguin(Tux) v Pinguin(Tweety),

kann_fliegen(Tux), kann_fliegen(Tweety)} ↯

Semi-Normal Defaults (2)

$$D = \left\{ \frac{\text{Vogel}(x) : \text{kann\_fliegen}(x) \wedge \neg\text{Küken}(x)}{\text{kann\_fliegen}(x)}, \frac{\text{klein}(x) : \text{kreischt}(x) \wedge \text{Küken}(x)}{\text{kreischt}(x)} \right\}$$

$$W = \{\text{Vogel}(\text{Tweety}), \text{klein}(\text{Tweety})\}$$

Semi-Normal Defaults (2)

$$D = \left\{ \frac{\text{Vogel}(x) : \text{kann\_fliegen}(x) \wedge \neg\text{Küken}(x)}{\text{kann\_fliegen}(x)}, \frac{\text{klein}(x) : \text{kreischt}(x) \wedge \text{Küken}(x)}{\text{kreischt}(x)} \right\}$$

$$W = \{\text{Vogel}(\text{Tweety}), \text{klein}(\text{Tweety})\}$$

$$E_i = \{\text{Vogel}(\text{Tweety}), \text{klein}(\text{Tweety}), \text{kann\_fliegen}(\text{Tweety}), \text{kreischt}(\text{Tweety})\} \quad ↯$$

Non-Normal Defaults

$\Delta = (D, W)$

$$D = \left\{ \frac{:M\ \text{Pinguin(Tux)}}{\neg\text{kann\_fliegen(Tux)}}, \frac{:M\ \text{kann\_fliegen(Tux)}}{\neg\text{Küken(Tux)}}, \frac{:M\ \text{Küken(Tux)}}{\neg\text{groß(Tux)}} \right\}$$

$W = \emptyset$

Non-Normal Defaults

$\Delta = (D,W)$

$$D = \left\{\frac{:M\ \text{Pinguin(Tux)}}{\neg\text{kann\_fliegen(Tux)}}, \frac{:M\ \text{kann\_fliegen(Tux)}}{\neg\text{Küken(Tux)}}, \frac{:M\ \text{Küken(Tux)}}{\neg\text{groß(Tux)}}\right\}$$

$W = \emptyset$

$E = Th(\{\neg\text{kann\_fliegen(Tux)}, \neg\text{groß(Tux)}\})$

Defaults ohne Extension

$$D = \left\{ \frac{: \mathrm{Vogel}(\mathrm{Tux})}{\neg \mathrm{Vogel}(\mathrm{Tux})} \right\}$$

$$W = \emptyset$$

Defaults ohne Extension

$$D = \left\{ \frac{: \text{Vogel(Tux)}}{\neg\text{Vogel(Tux)}} \right\}$$

$$W = \emptyset$$

$$E = \emptyset$$

Inhaltsverzeichnis

- Einführung
- Syntax
- Semantik
- Variation
- Beispiele
- Quellennachweis
- Abschluss

Quellennachweis

- Bibliographie
- Webliographie

Bibliographie

- [Lifschitz 1999] Lifschitz, V. 1999. Success of Default Logic. In *Logical Foundations for Cognitive Agents: Contributions in Honour of Ray Reiter*, Springer Verlag, 1999, 208-212.
- [Poole 1988] Poole, D. 1988. A logical framework for default reasoning. *Artificial Intelligence,* 36(1):27-47, 1988.
- [Poole 1994] Poole, D. 1994. Default Logic. In D. M. Gabbay, C. J. Hogger J. A. Robinson (eds.) *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, Volume 3, Oxford University Press, 1994, 189-215.
- [Reiter 1978] Reiter, R. 1978. On reasoning by default. In *Proceedings of the 1978 Workshop on theoretical Issues in Natural Language Processing* (Urbana-Champaign, Illinois, July 25 - 27, 1978). Theoretical Issues In Natural Language Processing. Association for Computational Linguistics, Morristown, NJ, 210-218.
- [Reiter 1980] Reiter, R. A logic for default reasoning. *Artificial Intelligence*, 13(1,2):81-132, 1980.

Webliographie

- Niemelä, I. Default Logic: From Theory to Applications. http://www.tcs.hut.fi/~ini/esslli99/ (accessed February 4, 2009).
- Schmidt, C. F. Default Logic. http://www.rci.rutgers.edu/~cfs/472_html/Logic_KR/DefaultTheory.html (accessed February 4, 2009).
- Stanford Encyclopedia of Philosophy contributors. Defeasible Reasoning. In *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, http://plato.stanford.edu/entries/reasoning-defeasible/ (accessed February 4, 2009).
- Stanford Encyclopedia of Philosophy contributors. Non-monotonic Logic. In *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, http://plato.stanford.edu/entries/logic-nonmonotonic/ (accessed February 4, 2009).
- Wikipedia contributors. Default logic. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia,* http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Default_logic&oldid=254533181 (accessed February 4, 2009).

Abschluss

Vielen Dank für die

Aufmerksamkeit! ☺

Gibt es Fragen?