Formale Semantik

Tutorium WiSe 2013/14

28. Oktober 2013

1. Sitzung:

Prädikatenlogik

Prädikatenlogik

Übersetzung natürlich-sprachlicher Ausdrücke in die Prädikatenlogik

Häufige Ausdrücke:

sein	Peter ist ein Student.	$student(p*)$
sein	Pinguine sind Vögel	$\forall x(pinguin(x) \rightarrow vogel(x))$
ein/e	Peter kauft ein neues Haus	$\exists x((haus(x) \wedge neu(x)) \wedge kaufen(p*, x))$
Alle/jeder	Peter isst jeden Apfel	$\forall x(apfel(x) \rightarrow essen(p*, x))$
Nur, genau 1	Nur Peter hat bestanden	$\forall x(bestanden(x) \leftrightarrow x = p*)$
Genau 1, 2, … n	Genau n Studenten haben bestanden	$\exists x \exists y \ldots \exists n((s(x) \wedge s(y) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge b(y) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg y = n) \wedge \forall z((s(z) \wedge b(z) \rightarrow (z = x \vee z = y \vee \ldots z = n)))$
Mindestens n	Mindestens n Studenten	$\exists x \ldots \exists n((s(x) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg x = n))$

Prädikatenlogik

Übersetzung natürlich-sprachlicher Ausdrücke in die Prädikatenlogik

Häufige Ausdrücke:

sein	Peter ist ein Student.	$student(\boxed{p*})$ Konstante
sein	Pinguine sind Vögel	$\forall\ x(\boxed{pinguin(x)} \rightarrow vogel(x))$ Prädikat
ein/e	Peter kauft ein neues Haus	$\exists x((haus(x) \wedge neu(x)) \wedge kaufen(p*, x))$
Alle/jeder	Peter isst jeden Apfel	$\forall\ x(apfel(x) \rightarrow essen(p*, x))$
Nur, genau 1	Nur Peter hat bestanden	$\forall\ x(bestanden(x) \leftrightarrow x = p*)$
Genau 1, 2, … n	Genau n Studenten haben bestanden	$\exists x \exists y \ldots \exists n((s(x) \wedge s(y) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge b(y) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg y = n) \wedge \forall\ z((s(z) \wedge b(z) \rightarrow (z = x \vee z = y \vee \ldots z = n)))$
Mindestens n	Mindestens n Studenten	$\exists x \ldots \exists n((s(x) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg x = n))$

Prädikatenlogik

Übersetzung natürlich-sprachlicher Ausdrücke in die Prädikatenlogik

Häufige Ausdrücke:

sein	Peter ist ein Student.	$student(p*)$
sein	Pinguine sind Vögel	$\forall\, x(pinguin(x) \rightarrow vogel(x))$
ein/e	Peter kauft ein neues Haus	$\exists x((haus(x) \wedge neu(x)) \wedge kaufen(p*, x))$
Alle/jeder	Peter isst jeden Apfel	$\forall\, x(apfel(x) \rightarrow essen(p*, x))$
Nur, genau 1	Nur Peter hat bestanden	$\forall\, x(bestanden(x) \leftrightarrow x = p*)$
Genau 1, 2, … n	Genau n Studenten haben bestanden	$\exists x \exists y \ldots \exists n((s(x) \wedge s(y) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge b(y) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg\, y = n) \wedge \forall\, z((s(z) \wedge b(z) \rightarrow (z = x \vee z = y \vee \ldots z = n)))$
Mindestens n	Mindestens n Studenten	$\exists x \ldots \exists n((s(x) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg x = n))$

Prädikatenlogik

Übersetzung natürlich-sprachlicher Ausdrücke in die Prädikatenlogik

Häufige Ausdrücke:

sein	Peter ist ein Student.	$student(p*)$
sein	Pinguine sind Vögel	$\forall\, x(pinguin(x) \rightarrow vogel(x))$
ein/e	Peter kauft ein neues Haus	$\exists x((haus(x) \wedge neu(x)) \wedge kaufen(p*, x))$
Alle/jeder	Peter isst jeden Apfel	$\forall\, x(apfel(x) \rightarrow essen(p*, x))$
Nur, genau 1	Nur Peter hat bestanden	$\forall\, x(bestanden(x) \leftrightarrow x = p*)$
Genau 1, 2, … n	Genau n Studenten haben bestanden	$\exists x \exists y \ldots \exists n((s(x) \wedge s(y) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge b(y) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg\, y = n) \wedge \forall\, z((s(z) \wedge b(z) \rightarrow (z = x \vee z = y \vee \ldots z = n)))$
Mindestens n	Mindestens n Studenten	$\exists x \ldots \exists n((s(x) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge ..$ $(\neg x = y \wedge \ldots \neg x = n))$

Ungleichheit der Variablen

Prädikatenlogik

Übersetzung natürlich-sprachlicher Ausdrücke in die Prädikatenlogik

Häufige Ausdrücke:

sein	Peter ist ein Student.	$student(p*)$
sein	Pinguine sind Vögel	$\forall x(pinguin(x) \rightarrow vogel(x))$
ein/e	Peter kauft ein neues Haus	$\exists x((haus(x) \wedge neu(x)) \wedge kaufen(p*, x))$
Alle/jeder	Peter isst jeden Apfel	$\forall x(apfel(x) \rightarrow essen(p*, x))$
Nur, genau 1	Nur Peter hat bestanden	$\forall x(bestanden(x) \leftrightarrow x = p*)$
Genau 1, 2, … n	Genau n Studenten haben bestanden	$\exists x \exists y \ldots \exists n((s(x) \wedge s(y) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge b(y) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg y = n) \wedge \forall \boxed{z}((s(z) \wedge b(z) \rightarrow (\boxed{z} = x \vee \boxed{z} = y \vee \ldots \boxed{z} = n)))$
Mindestens n	Mindestens n Studenten	$\exists x \ldots \exists n((s(x) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg x = n))$

Prädikatenlogik

Übersetzung natürlich-sprachlicher Ausdrücke in die Prädikatenlogik

Häufige Ausdrücke:

sein	Peter ist ein Student.	$student(p*)$
sein	Pinguine sind Vögel	$\forall x(pinguin(x) \rightarrow vogel(x))$
ein/e	Peter kauft ein neues Haus	$\exists x((haus(x) \wedge neu(x)) \wedge kaufen(p*, x))$
Alle/jeder	Peter isst jeden Apfel	$\forall x(apfel(x) \rightarrow essen(p*, x))$
Nur, genau 1	Nur Peter hat bestanden	$\forall x(bestanden(x) \leftrightarrow x = p*)$
Genau 1, 2, … n	Genau n Studenten haben bestanden	$\exists x \exists y \ldots \exists n((s(x) \wedge s(y) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge b(y) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg y = n) \wedge \forall z((s(z) \wedge b(z) \rightarrow (z = x \vee z = y \vee \ldots z = n)))$
Mindestens n	Mindestens n Studenten	$\exists x \ldots \exists n((s(x) \wedge \ldots s(n)) \wedge (b(x) \wedge \ldots b(n)) \wedge (\neg x = y \wedge \ldots \neg x = n))$

Prädikatenlogik

Beispiel: Genau 2 Studenten haben alle Fragen beantwortet.

Wörterbuch:

2 Studenten:

Prädikatenlogik

Beispiel: Genau 2 Studenten haben alle Fragen beantwortet.

Wörterbuch:

student(x)   x ist ein Student

2 Studenten:

$$\exists x \exists y (student(x) \wedge student(y) \wedge \neg(x = y))$$

2 Studenten haben alle Fragen beantwortet?

Prädikatenlogik

<u>**Beispiel**: Genau 2 Studenten haben alle Fragen beantwortet.</u>

Wörterbuch:

student(x)	x ist ein Student	beantwort(x,y)	x beantwortet y
frage(x)	x ist eine Frage		

2 Studenten haben alle Fragen beantwortet:

$$\exists x \exists y (student(x) \wedge student(y) \wedge \neg (x = y) \wedge \\ \forall z (frage(z) \rightarrow (beantwort(x, z) \wedge beantwort(y, z))))$$

Genau 2 Studenten haben alle Fragen beantwortet?

Prädikatenlogik

Beispiel: Genau 2 Studenten haben alle Fragen beantwortet.

Wörterbuch:

student(x)	x ist ein Student	beantwort(x,y)	x beantwortet y
frage(x)	x ist eine Frage		

Genau 2 Studenten haben alle Fragen beantwortet:

$$\exists x \exists y \forall z (student(x) \wedge student(y) \wedge \neg(x = y) \wedge$$
$$(frage(z) \rightarrow (beantwort(x, z) \wedge beantwort(y, z))) \wedge$$
$$\forall w (student(w) \wedge beantwort(w, z) \rightarrow (w = x \vee w = y)))$$

Erster Allquantor nach vorne, wegen Skopus!

Prädikatenlogik

Beispiel: Nicht nur Peter ist intelligent

Wörterbuch:

student(x)	x ist ein Student	beantwort(x,y)	x beantwortet y
frage(x)	x ist eine Frage		

Nur Peter ist intelligent?

Prädikatenlogik

Beispiel: Nicht nur Peter ist intelligent

Wörterbuch:		p*	Peter
student(x)	x ist ein Student	beantwort(x,y)	x beantwortet y
frage(x)	x ist eine Frage	intelligent(x)	x ist intelligent

Nur Peter ist intelligent

$$intelligent(p*) \land \forall x(\neg(x = p*) \rightarrow \neg intelligent(x))$$

Nicht nur Peter ist intelligent?

Prädikatenlogik

<u>**Beispiel**: Nicht nur Peter ist intelligent</u>

Wörterbuch:		p*	Peter
student(x)	x ist ein Student	beantwort(x,y)	x beantwortet y
frage(x)	x ist eine Frage	intelligent(x)	x ist intelligent

Nicht nur Peter ist intelligent

$$\neg(intelligent(p*) \wedge \forall x(\neg(x = p*) \rightarrow \neg intelligent(x)))$$

?? Wertet auch dann zu wahr aus, wenn z. B. Peter dumm ist!

Prädikatenlogik

Beispiel: Nicht nur Peter ist intelligent

Wörterbuch:		p*	Peter
student(x)	x ist ein Student	beantwort(x,y)	x beantwortet y
frage(x)	x ist eine Frage	intelligent(x)	x ist intelligent

Nicht nur Peter ist intelligent

$$intelligent(p*) \wedge \neg(\forall x(\neg(x = p*) \rightarrow \neg intelligent(x)))$$

Prädikatenlogik

Variablenbelegung

	x	y	z	u
g	a	b	c	d
g[x/a]	a	b	c	d
g[y/a]	a	a	c	d
g[y/g(z)]	a	c	c	d
g[y/a][u/a]	a	a	c	a
g[y/a][y/b]	a	b	c	d

Prädikatenlogik

Interpretation von prädikatenlogischen Formeln

Kleines Beispiel...

Prädikatenlogik

Interpretation von prädikatenlogischen Formeln

Negative Quantoren, die zu 1 auswerten, und positive Quantoren, die zu 0 auswerten, dürfen nicht interpretiert werden, da sonst der Wahrheitswert verfälscht wird!

Darum immer austauschen:

$$\neg\exists x \neg\varphi(x) \Leftrightarrow \forall\, \varphi(x) \qquad \neg\forall\, x \neg\varphi(x) \Leftrightarrow \exists\varphi(x)$$

$$\neg\exists x \varphi(x) \Leftrightarrow \forall \neg\varphi(x) \qquad \neg\forall\, x \varphi(x) \Leftrightarrow \exists\neg\varphi(x)$$

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x) \rightarrow \exists y(katze(y) \wedge lieben(x, y)))$

Modellstruktur M = <U,V>:

U = { h1, h2, h3, k1, k2 }

V(hund) = { h1, h2, h3 }

V(katze) = { k1, k2 }

V(lieben) = { (k1, k2), (h1, h2) }

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

Negativer Quantor beseitigen:

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

Negativer Quantor beseitigen:

$$\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))))$$

Wahrheitsannahme!

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

$$\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$$

Wahrheitsannahme:

$$[\![\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g}=1$$

Interpretation Allquantor!

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x) \rightarrow \exists y(katze(y) \wedge lieben(x, y)))$

$$\forall\neg(hund(x) \rightarrow \exists y(katze(y) \wedge lieben(x, y)))$$

$$[\![\forall\neg(hund(x) \rightarrow \exists y(katze(y) \wedge lieben(x, y)))]\!]^{M,g} = 1$$

Interpretation Allquantor:

$$gdw.\ f\ddot{u}r\, alle\, d \in U\ gilt: [\![\neg(hund(x) \rightarrow \exists y(katze(y) \wedge lieben(x, y)))]\!]^{M,g[x/d]} = 1$$

Interpretation Negation!

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

$$\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$$

$$[\![\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g}=1$$

$$gdw.\ f\ddot{u}r\,alle\,d\in U\ gilt:[\![\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g[x/d]}=1$$

Interpretation Negation:

$$gdw.\ f\ddot{u}r\,alle\,d\in U\ gilt:[\![hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

Interpretation Implikation!

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

$$\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$$

$$[\![\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g}=1$$

$$gdw.\ f\ddot{u}r\, alle\, d\in U\ gilt:[\![\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g[x/d]}=1$$

$$gdw.\ f\ddot{u}r\, alle\, d\in U\ gilt:[\![hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

Interpretation Implikation:

$$gdw.\ldots:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\ und\,[\![\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

Interpretation Existenzquantor!

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

Existenzquantor wertet zu 0 aus:

$$[\![\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

positiver Quantor, der zu 0 auswertet, darf nicht interpretiert werden, daher:

$$[\![\neg\forall y\neg(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

$$[\![\forall y\neg(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=1$$

$$\text{für alle } e\in U \text{ gilt}: [\![\neg(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=1$$

$$\text{für alle } e\in U \text{ gilt}: [\![katze(y)\wedge lieben(x,y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0$$

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

$$\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$$

$$[\![\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g}=1$$

$$gdw.\ für\, alle\, d\in U\ gilt:[\![\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g[x/d]}=1$$

$$gdw.\ für\, alle\, d\in U\ gilt:[\![hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

$$gdw. ...:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\ und[\![\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

Interpretation Existenzquantor:

$$gdw. ...:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\, und\, für\, alle\, e\in U\ gilt:[\![katze(y)\wedge lieben(x,y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0$$

Interpretation Konjunktion!

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

$$\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$$

$$[\![\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g}=1$$

$$gdw.\ für\,alle\,d\in U\ gilt:[\![\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g[x/d]}=1$$

$$gdw.\ für\,alle\,d\in U\ gilt:[\![hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

$$gdw.\ldots:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\ und\,[\![\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

$$gdw.\ldots:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\wedge für\,alle\,e\in U\ gilt:[\![katze(y)\wedge lieben(x,y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0$$

Interpretation Konjunktion:

$$\ldots[\![katze(y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0\vee[\![lieben(x,y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0$$

Interpretation der Prädikate!

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

$$\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$$

$$[\![\forall\, großgegen(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g}=1$$

$$gdw.\ für\,alle\,d\in U\ gilt:[\![\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g[x/d]}=1$$

$$gdw.\ für\,alle\,d\in U\ gilt:[\![hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

$$gdw.\ldots:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\ und\ [\![\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

$$gdw.\ldots:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\,und\,für\,alle\,e\in U\,gilt:[\![katze(y)\wedge lieben(x,y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0$$

$$\ldots[\![katze(y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0\,oder\,[\![lieben(x,y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0$$

- Interpretation der Prädikate:

$$gdw.\ldots:[\![x]\!]^{M,g[x/d]}\in V(hund)\,und\,für\,alle\ldots:$$

$$[\![y]\!]^{M,g[x/d][y/e]}\notin V(katze)\,oder\,([\![x]\!]^{M,g[x/d][y/e]},[\![y]\!]^{M,g[x/d][y/e]})\notin V(lieben)$$

Prädikatenlogik

<u>**Beispiel:** $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$</u>

$$\forall\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$$

$$[\![\forall\, großgegen(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g}=1$$

$$gdw.\ für\, alle\, d\in U\ gilt:[\![\neg(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))]\!]^{M,g[x/d]}=1$$

$$gdw.\ für\, alle\, d\in U\ gilt:[\![hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

$$gdw.\ldots:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\ und\ [\![\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y))]\!]^{M,g[x/d]}=0$$

$$gdw.\ldots:[\![hund(x)]\!]^{M,g[x/d]}=1\, und\, für\, alle\, e\in U\ gilt\, [\![katze(y)\wedge lieben(x,y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0$$

$$\ldots[\![katze(y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0\, oder\, [\![lieben(x,y)]\!]^{M,g[x/d][y/e]}=0$$

$$gdw.\ldots:[\![x]\!]^{M,g[x/d]}\in V(hund)\, und\, für\, alle\ldots:$$

$$[\![y]\!]^{M,g[x/d][y/e]}\notin V(katze)\, oder\, ([\![x]\!]^{M,g[x/d][y/e]},[\![y]\!]^{M,g[x/d][y/e]})\notin V(lieben)$$

Interpretation der Variablen:

$$gdw.\, für\, alle\ldots:d\in V(hund)\, und\, für\, alle\ldots:e\notin V(katze)\, oder\,(d,e)\notin V(lieben)$$

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

Modellstruktur M = <U,V>:

U = { h1, h2, h3, k1, k2 }

V(hund) = { h1, h2, h3 }

V(katze) = { k1, k2 }

V(lieben) = { (k1, k2), (h1, h2) }

$gdw.\, für\, alle\, d\in U\; gilt: d\in V(hund)\, und$

$für\, alle\, e\in U\, gilt: e\notin V(katze)\, oder\, (d,e)\notin V(lieben)$

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

1. Konjunkt: $d \in V(hund)$

U = {

- h1 :
- h2 :
- h3 :
- k1 :
- k2 :

}

V(hund) = { h1, h2, h3 }

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x) \rightarrow \exists y(katze(y) \wedge lieben(x,y)))$

1. Konjunkt: $d \in V(hund)$

U = {

- h1 : 1
- h2 : 1
- h3 : 1
- k1 : 0
- k2 : 0

}

V(hund) = { h1, h2, h3 }

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

1\. Disjunkt: $e \notin V(katze)$

U = {

- h1 : 1 1
- h2 : 1 1
- h3 : 1 1
- ~~K1~~ : ~~0~~ (nicht mehr relevant)
- ~~k2~~ : ~~0~~

}

V(katze) = { k1, k2 }

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x) \rightarrow \exists y(katze(y) \wedge lieben(x, y)))$

2. Disjunkt: $(d, e) \notin V(lieben)$

U = {

- h1 : 1 1 1 (z. B. (h2, h1))
- h2 : 1 1 0 (wegen (h1,h2))
- h3 : 1 1 1 (z. B. (h1, h3))
- ~~k1 :~~ ~~0~~
- ~~k2 :~~ ~~0~~

}

V(lieben) = { (k1, k2), (h1, h2) }

Prädikatenlogik

<u>Beispiel:</u> $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

2. Konjunkt: $\text{\textit{für}}\ alle\ e\in U\ gilt: e\notin V\left(katze\right)...$

U = {

- h1 : 1 1
- h2 : 1 1
- h3 : 1 1
- ~~k1 :~~ ~~0~~
- ~~k2 :~~ ~~0~~

}

V(lieben) = { (k1, k2), (h1, h2) }

Prädikatenlogik

Beispiel: $\neg\exists(hund(x)\rightarrow\exists y(katze(y)\wedge lieben(x,y)))$

Gesamtsatz:

U = {

- H1 : 1 1 → wahr
- H2 : 1 1 → wahr
- H3 : 1 1 → wahr
- ~~k1~~ : ~~0~~
- ~~k2~~ : ~~0~~

}

Gesamtaussage wahr