

Übungsblatt 2

Aufgabe 1: Für die Grammatik G mit den Produktionen

- (1) $S \rightarrow A a A b$
- (2) $S \rightarrow B b B a$
- (3) $A \rightarrow \varepsilon$
- (4) $B \rightarrow \varepsilon$

wurde in der letzten Übung gezeigt, daß sie eine LL(1)-Grammatik ist.

- a) Welche Wörter werden von G generiert?
- b) Geben Sie für jedes Wort aus $L(G)$ die Konfigurationen an, die ein Bottom-Up-Erkennen durchläuft, während er das Wort nichtdeterministisch verarbeitet. “Nicht-deterministisch” bedeutet, daß der Parser in jedem Schritt diejenige Aktion rät (und ausführt), die ihn zum Ziel bringen soll.
- c) Berechnen Sie die Menge der LR(0)-Punktregel-Mengen und erstellen Sie die SLR-Tabelle für diese Grammatik.
- d) Ist die Grammatik eine SLR-Grammatik (Begründung)?

Lösungen:

- a) ab und ba
- b) N.B.: Falls der Bottom-up-Erkennen völlig unbeschränkt ist, produziert er ε -Reduktionen zu A ohne zu stoppen. Die folgenden Konfigurationen sind Ergebnis eines Erkenners der für (Reihen von) ε -Reduktionen überprüft, ob sie durch Verwenden in Regeln legitimiert sind, also Teilmenge einer rechten Seite einer Regel sind. Da die A-Regel vor der B-Regel benutzt wird und insgesamt in den Regeln ε -Reduktionen nur in Ketten der Länge 1 vorkommen wird ab ohne Backtracking abgeleitet, bei ba gibt es jedoch entsprechende Umwege.

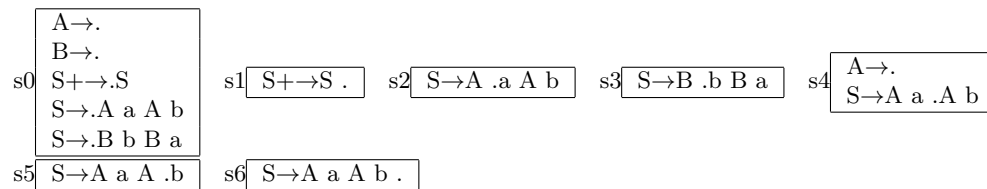
ab :

([A] , [a, b])
 ([A, a] , [b])
 ([A, a, A] , [b])
 ([A, a, A, b] , [])
 ([S] , [])

ba:

([A] , [b, a])
 ([A, b] , [a])
 ([A, b, A] , [a])
 ([A, b, A, a] , [])
 ([A, b, A, a, A] , [])
 ([A, b, A, a, B] , [])
 ([A, b, B] , [a])
 ([A, b, B, a] , [])
 ([A, b, B, a, A] , [])
 ([A, b, B, a, B] , [])
 ([A, b, a] , [])
 ([A, b, A, a] , [])
 ([A, b, B, a] , [])
 ([A, b, a, A] , [])
 ([A, b, a, B] , [])
 ([B] , [b, a])
 ([B, b] , [a])
 ([B, b, A] , [a])
 ([B, b, A, a] , [])
 ([B, b, A, a, A] , [])
 ([B, b, A, a, B] , [])
 ([B, b, B] , [a])
 ([B, b, B, a] , [])
 ([S] , [])

c) LR(0)-Punktregel-Mengen:



s7 $\begin{array}{|l|} \hline B \rightarrow . \\ \hline S \rightarrow B \ b \ .B \ a \\ \hline \end{array}$ s8 $\begin{array}{|l|} \hline S \rightarrow B \ b \ B \ .a \\ \hline \end{array}$ s9 $\begin{array}{|l|} \hline S \rightarrow B \ b \ B \ a \ . \\ \hline \end{array}$

$0 \xrightarrow{A} 2$ $0 \xrightarrow{B} 3$ $0 \xrightarrow{S} 1$ $2 \xrightarrow{a} 4$ $3 \xrightarrow{b} 7$ $4 \xrightarrow{A} 5$ $5 \xrightarrow{b} 6$ $7 \xrightarrow{B} 8$ $8 \xrightarrow{a} 9$

LR(0) Kontrolltabelle

	a	b	\$	A	B	S
0	r3r4	r3r4	r3r4	2	3	1
1			acc			
2	s4					
3		s7				
4	r3	r3	r3	5		
5		s6				
6	r1	r1	r1			
7	r4	r4	r4		8	
8	s9					
9	r2	r2	r2			

First Follow Sets

NT	First	Follow
A	$\{\varepsilon\}$	$\{a, b\}$
B	$\{\varepsilon\}$	$\{a, b\}$
S	$\{a, b\}$	$\{\$ \}$

SLR Kontrolltabelle

	a	b	\$	A	B	S
0	r3r4	r3r4		2	3	1
1			acc			
2	s4					
3		s7				
4	r3	r3		5		
5		s6				
6			r1			
7	r4	r4			8	
8	s9					
9			r2			

- d) Die Grammatik ist keine SLR-Grammatik. Sowohl A als auch B können vor a und b stehen, d.h. es kann vor a oder b nicht entschieden werden, in welcher Weise reduziert werden muss.

Die Grammatik ist jedoch $LALR(1)$, weil abhängig vom aktuellen Zustand entschieden werden kann, wie reduziert werden muss (siehe s_1, s_4, s_7).

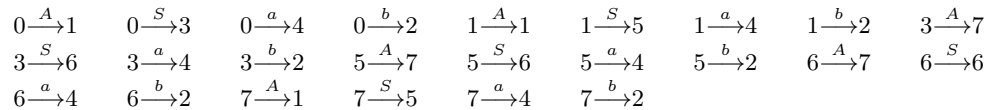
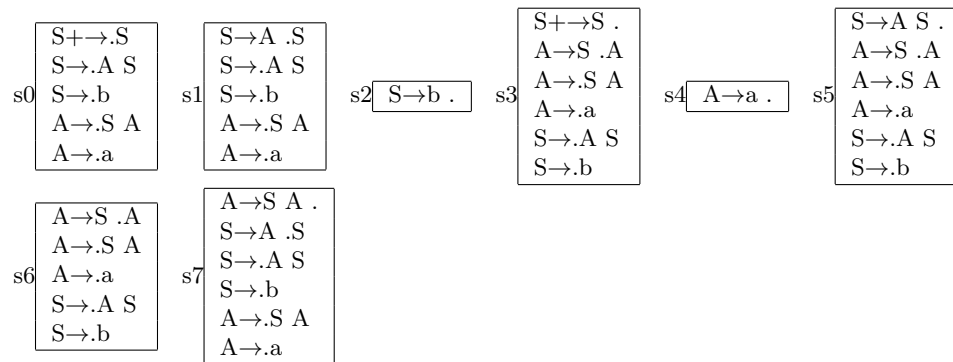
Aufgabe 2: Gegeben sei die Grammatik mit den Produktionen

- (1) $S \rightarrow A S$
- (2) $S \rightarrow b$
- (3) $A \rightarrow S A$
- (4) $A \rightarrow a$

- a) Berechnen Sie die Menge der LR(0)-Punktregel-Mengen für diese Grammatik und markieren Sie die Kernelemente der Punktregelmengen.
- b) Erstellen Sie die SLR-Parsertabelle. Welche Konflikte ergeben sich in der Tabelle?
- c) Lassen sich diese Konflikte durch weitere Vorschauzeichen beheben (Begründung)?

Lösungen:

- a) LR(0)-Punktregel-Mengen:



Kernelemente: Alle Regeln bei denen der Punkt sich nicht an der ersten Stelle der

rechten Seite der Regelbefindet!

b) Tabellen:

LR(0) Kontrolltabelle

	a	b	\$	A	S
0	s4	s2		1	3
1	s4	s2		1	5
2	r2	r2	r2		
3	s4	s2	acc	7	6
4	r4	r4	r4		
5	s4r1	s2r1	r1	7	6
6	s4	s2		7	6
7	s4r3	s2r3	r3	1	5

First Follow Sets

NT	First	Follow
A	{a, b}	{a, b}
S	{a, b}	{a, b, \$}

SLR Kontrolltabelle

	a	b	\$	A	S
0	s4	s2		1	3
1	s4	s2		1	5
2	r2	r2	r2		
3	s4	s2	acc	7	6
4	r4	r4			
5	s4r1	s2r1	r1	7	6
6	s4	s2		7	6
7	s4r3	s2r3		1	5

Konflikte finden sich in Zustand 5 und 7 für a und b .

c) Die Konflikte lassen sich nicht beheben.

Die letzten beiden Elemente müssen ab sein. Da es viele Möglichkeiten gibt, eine Analyse von links her zu beginnen, kann man i.A. Backtracking nicht vermeiden, weil man nicht wissen kann wie weit ab entfernt ist und ob die angefangene Analyse dazu passt (oder es überhaupt eine gibt).

Vgl. die folgenden Strings der Länge 6 mit Analysen zu dieser Grammatik:

' [a, a, a, a, a, b]	[S<a, S<a, S<a, S<a, S<a, b>>>>>] I' .
' [b, a, a, a, a, b]	[S<A<b, a>, S<a, S<a, S<a, b>>>>] I' .
' [b, b, a, a, a, b]	[S<A<b, A<b, a>>, S<a, S<a, b>>>] I' .
' [b, b, b, a, a, b]	[S<A<b, A<b, A<b, a>>>, S<a, b>>] I' .
' [b, b, b, b, a, b]	[S<A<b, A<b, A<b, A<b, a>>>>, b>] I' .
' [a, b, a, a, a, b]	[S<a, S<A<b, a>, S<a, S<a, b>>>>, S<A<S<a, b>, a>, S<a, S<a, b>>>>] I' .
' [a, b, b, a, a, b]	[S<a, S<A<b, A<b, a>>, S<a, b>>>, S<A<S<a, b>, A<b, a>>, S<a, b>>>] I' .
' [a, b, b, b, a, b]	[S<a, S<A<b, A<b, A<b, a>>>, b>>>, S<A<S<a, b>, A<b, A<b, a>>>, b>] I' .
' [a, a, b, a, a, b]	[S<a, S<a, S<A<b, a>, S<a, b>>>>, S<a, S<A<S<a, b>, a>, S<a, b>>>, S<A<S<a, S<a, b>, a>, S<a, b>>>>] I' .
' [a, a, b, b, a, b]	[S<a, S<a, S<A<b, A<b, a>>, b>>>, S<a, S<A<S<a, b>, A<b, a>>, b>>>, S<A<S<a, S<a, b>, a>, S<a, b>>>>] I' .
' [a, a, a, b, a, b]	[S<a, S<a, S<a, S<A<b, a>, b>>>>, S<a, S<a, S<A<S<a, b>, a>, b>>>>, S<a, S<A<S<a, S<a, b>, a>, S<a, b>>>>] I' .
' [b, a, b, a, a, b]	[S<A<b, a>, S<A<b, a>, S<a, b>>>, S<A<b, A<S<a, b>, a>>, S<a, b>>, S<A<S<A<b, a>, a>, S<a, b>>>>] I' .
' [b, a, b, b, a, b]	[S<A<b, a>, S<A<b, A<b, a>>, b>>, S<A<b, A<S<a, b>, A<b, a>>>, b>, S<A<S<A<b, a>, a>, S<a, b>>>>] I' .
' [b, a, a, b, a, b]	[S<A<b, a>, S<a, S<A<b, a>, b>>>, S<A<b, a>, S<A<S<a, b>, a>, b>>>, S<A<b, A<S<a, S<a, b>, a>, S<a, b>>>>] I' .
' [b, b, a, b, a, b]	[S<A<b, A<b, a>>, S<A<b, a>, b>>>, S<A<b, A<b, A<S<a, b>, a>>>, b>, S<A<b, A<S<A<b, a>, a>, S<a, b>>>>] I' .
' [a, b, a, b, a, b]	[S<a, S<A<b, a>, S<A<b, a>, b>>>, S<a, S<A<b, A<S<a, b>, a>>, b>>>, S<a, S<A<S<A<b, a>, a>, S<a, b>>>>, S<A<S<a, S<A<b, a>, b>>>, a>, b>, S<A<S<A<S<a, b>, a>, b>, a>, b>] I' .

Aufgabe 3: Gegeben sei die Grammatik mit den Produktionen

- (1) $S \rightarrow NP VP$
- (2) $VP \rightarrow VP PP$
- (3) $VP \rightarrow v NP$
- (4) $NP \rightarrow d N1$
- (5) $N1 \rightarrow a N1$
- (6) $N1 \rightarrow n$
- (7) $N1 \rightarrow \epsilon$
- (8) $PP \rightarrow p NP$

a) Berechnen Sie die SLR-Steuertabelle.

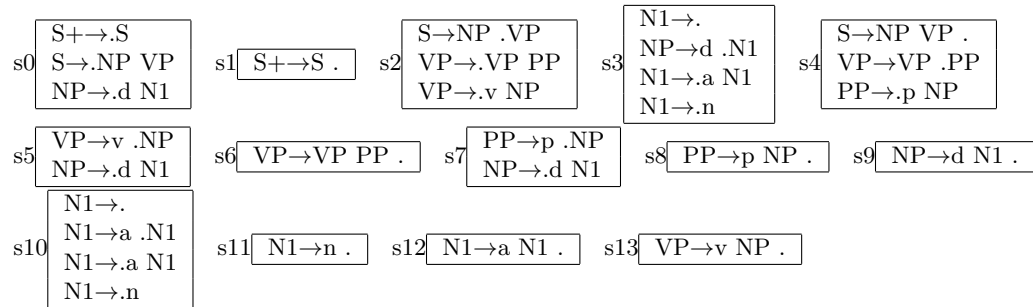
b) Geben Sie an, welche Konfigurationen der SLR-Parser bei der Analyse der Eingabe $d a n v d n p d n$ durchläuft.

c) Berechnen Sie die LALR-Steuertabelle.

Lösungen:

a) Punktregelmengen, First, Follows und Steuertabellen:

Punktregelmengen



$0 \xrightarrow{NP} 2$ $0 \xrightarrow{S} 1$ $0 \xrightarrow{d} 3$ $2 \xrightarrow{VP} 4$ $2 \xrightarrow{v} 5$ $3 \xrightarrow{N1} 9$ $3 \xrightarrow{a} 10$ $3 \xrightarrow{n} 11$ $4 \xrightarrow{PP} 6$
 $4 \xrightarrow{p} 7$ $5 \xrightarrow{NP} 13$ $5 \xrightarrow{d} 3$ $7 \xrightarrow{NP} 8$ $7 \xrightarrow{d} 3$ $10 \xrightarrow{N1} 12$ $10 \xrightarrow{a} 10$ $10 \xrightarrow{n} 11$

LR(0) Kontrolltabelle

	a	d	n	p	v	\$	N1	NP	PP	S	VP
0		s3						2		1	
1						acc					
2					s5						4
3	s10r7	r7	s11r7	r7	r7	r7	9				
4	r1	r1	r1	s7r1	r1	r1			6		
5		s3						13			
6	r2	r2	r2	r2	r2	r2					
7		s3						8			
8	r8	r8	r8	r8	r8	r8					
9	r4	r4	r4	r4	r4	r4					
10	s10r7	r7	s11r7	r7	r7	r7	12				
11	r6	r6	r6	r6	r6	r6					
12	r5	r5	r5	r5	r5	r5					
13	r3	r3	r3	r3	r3	r3					

First Follow Sets

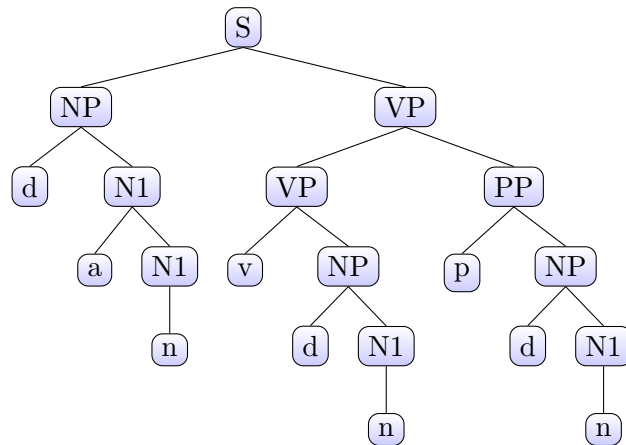
NT	First	Follow
N1	{a, ε, n}	{p, v, \$}
NP	{d}	{p, v, \$}
PP	{p}	{p, \$}
VP	{v}	{p, \$}
S	{d}	{\$}

SLR Kontrolltabelle

	a	d	n	p	v	\$	N1	NP	PP	S	VP
0		s3						2		1	
1						acc					
2					s5						4
3	s10		s11	r7	r7	r7	9				
4				s7		r1			6		
5		s3						13			
6				r2		r2					
7		s3						8			
8				r8		r8					
9				r4	r4	r4					
10	s10		s11	r7	r7	r7	12				
11				r6	r6	r6					
12				r5	r5	r5					
13				r3		r3					

- b) ([0, d, 3] , [a, n, v, d, n, p, d, n, \$])
 ([0, d, 3, a, 10] , [n, v, d, n, p, d, n, \$])
 ([0, d, 3, a, 10, n, 11] , [v, d, n, p, d, n, \$])
 ([0, d, 3, a, 10, N1, 12] , [v, d, n, p, d, n, \$])
 ([0, d, 3, N1, 9] , [v, d, n, p, d, n, \$])
 ([0, NP, 2] , [v, d, n, p, d, n, \$])
 ([0, NP, 2, v, 5] , [d, n, p, d, n, \$])
 ([0, NP, 2, v, 5, d, 3] , [n, p, d, n, \$])
 ([0, NP, 2, v, 5, d, 3, n, 11] , [p, d, n, \$])
 ([0, NP, 2, v, 5, d, 3, N1, 9] , [p, d, n, \$])
 ([0, NP, 2, v, 5, NP, 13] , [p, d, n, \$])
 ([0, NP, 2, VP, 4] , [p, d, n, \$])
 ([0, NP, 2, VP, 4, p, 7] , [d, n, \$])
 ([0, NP, 2, VP, 4, p, 7, d, 3] , [n, \$])
 ([0, NP, 2, VP, 4, p, 7, d, 3, n, 11] , [\$])

([0, NP, 2, VP, 4, p, 7, d, 3, N1, 9] , [\$])
 ([0, NP, 2, VP, 4, p, 7, NP, 8] , [\$])
 ([0, NP, 2, VP, 4, PP, 6] , [\$])
 ([0, NP, 2, VP, 4] , [\$])
 ([0, S, 1] , [\$])
 ([acc] , [])



c) LALR(1) Steuertabelle:

ToDo:

- (i) Punktregelmengen mit Follows
- (ii) Identifiziere Zustände die sich nur durch Follows unterscheiden!
Welche sind das?
- (iii) Bilde Tabelle wie sonst auch, aber beschränke Reduce-Actions auf die beim entspr. Zustand für die Regel notierten Follows!

Aufgabe 4: Gegeben sei die Grammatik mit den Produktionen

- (1) $S \rightarrow S S$
- (2) $S \rightarrow a$

Die SLR(1)-Tabelle hat die Gestalt:

Zustand	Action		Goto
	\$	a	S
0		s2	1
1	acc	s2	3
2	r2	r2	
3	r1	s2,r1	3

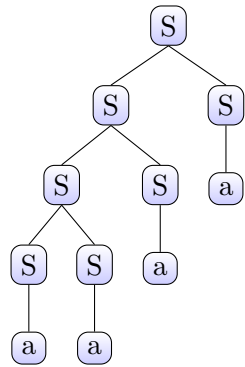
- a) Geben Sie die Folge der Konfigurationen an, die ein tabellengesteuerter **Shift-Reduce-Parser** mit Backtracking durchläuft, wenn er die Eingabe *aaaa* analysiert. Der Parser soll alle Analysen verfolgen und nicht bei der ersten erfolgreichen Analyse stoppen.
- b) Skizzieren Sie den zu *aaaa* gehörigen Parse-Wald.
- c) Geben Sie die Größe des Parse-Waldes (Zahl der Knoten) in Abhängigkeit von der Länge der Eingabe an.
- d) Wie (d), aber für die Grammatik mit den Produktionen
- (1) $S \rightarrow S S S$
 - (2) $S \rightarrow a$
- (Erstellen der Parser-Tabelle usw. ist hierzu nicht notwendig)

Lösungen:

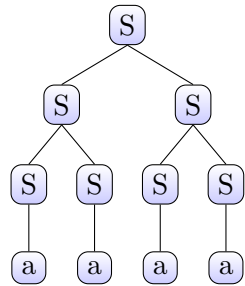
- a) Folge der Konfigurationen und entsprechende Parse-Bäume

– 1)

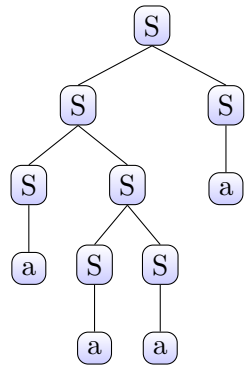
- ([0, a, 2] , [a, a, a, \$])
- ([0, S, 1] , [a, a, a, \$])
- ([0, S, 1, a, 2] , [a, a, \$])
- ([0, S, 1, S, 3] , [a, a, \$])
- ([0, S, 1] , [a, a, \$])
- ([0, S, 1, a, 2] , [a, \$])
- ([0, S, 1, S, 3] , [a, \$])
- ([0, S, 1] , [a, \$])
- ([0, S, 1, a, 2] , [\$])
- ([0, S, 1, S, 3] , [\$])
- ([0, S, 1] , [\$])
- ([acc] , [])



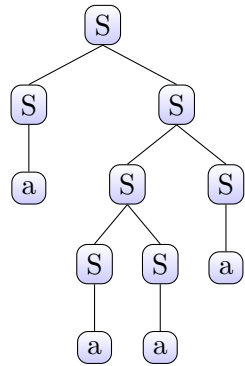
- 2)
- ([0, S, 1, S, 3, a, 2] , [\$])
 - ([0, S, 1, S, 3, S, 3] , [\$])
 - ([0, S, 1, S, 3] , [\$])
 - ([0, S, 1] , [\$])
 - ([acc] , [])



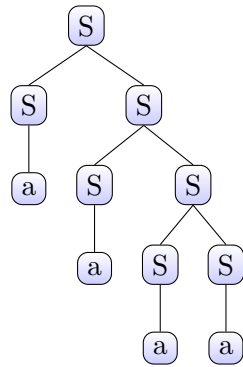
- 3)
- ([0, S, 1, S, 3, a, 2] , [a, \$])
 - ([0, S, 1, S, 3, S, 3] , [a, \$])
 - ([0, S, 1, S, 3] , [a, \$])
 - ([0, S, 1] , [a, \$])
 - ([0, S, 1, a, 2] , [\$])
 - ([0, S, 1, S, 3] , [\$])
 - ([0, S, 1] , [\$])
 - ([acc] , [])



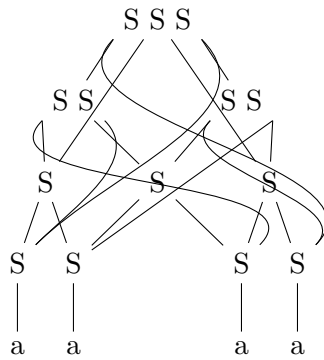
- 4)
- ([0, S, 1, S, 3, a, 2] , [\$])
 - ([0, S, 1, S, 3, S, 3] , [\$])
 - ([0, S, 1, S, 3] , [\$])
 - ([0, S, 1] , [\$])
 - ([acc] , [])



- 5)
- ([0, S, 1, S, 3, S, 3, a, 2] , [\$])
 - ([0, S, 1, S, 3, S, 3, S, 3] , [\$])
 - ([0, S, 1, S, 3, S, 3] , [\$])
 - ([0, S, 1, S, 3] , [\$])
 - ([0, S, 1] , [\$])
 - ([acc] , [])



b) Parse-Wald für $aaaaa$.



c) Anzahl der Knoten in Abh. von der Länge des Inputs n :

$$\sum_{i=1}^n i = n(n+1)/2$$

d) Bei der SSS-Grammatik: $\sum_{i=1}^n i - \sum_{i=1}^{(n-1)/2} 2i = (n+1)^2/4$